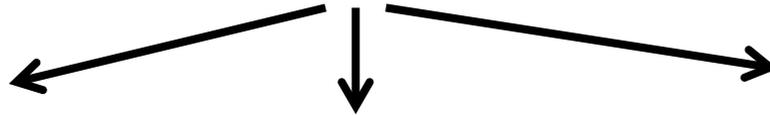
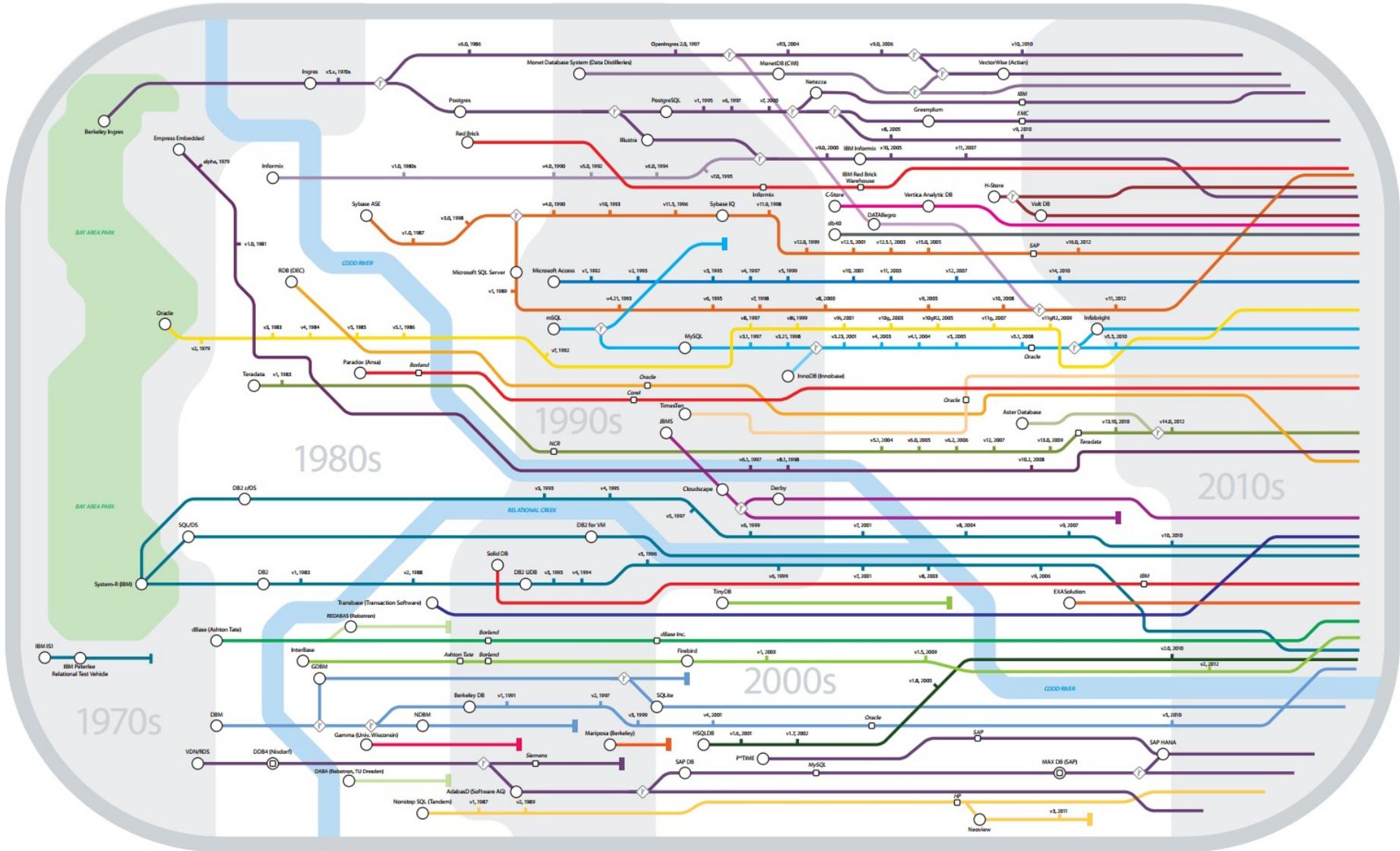


# Historische Entwicklung relationaler DBMS

Ted Codd: A Relational Model of Data for Large Shared Data Banks, Comm. ACM, Juni 1970, S. 377–387



# Genealogy of Relational Database Management Systems



Key to lines and symbols

- Publishing Date
- Acquisition
- ▲ Versions
- Discontinued
- ◇ Branch (Intellectual and/or code)





# Grundlagen des relationalen Modells

Seien  $D_1, D_2, \dots, D_n$  Domänen ( $\sim$ Wertebereiche)

- *Relation*:  $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$  Teilmenge des Kreuzprodukts

*Bsp.:*  $\text{Telefonbuch} \subseteq \text{string} \times \text{string} \times \text{integer}$

Name X Adresse X Telefon#

- *Tupel*:  $t \in R$

*Bsp.:*  $t = (\text{„Mickey Mouse“}, \text{„Main Street“}, 4711)$

- *Schema*: legt die Struktur der gespeicherten Daten fest

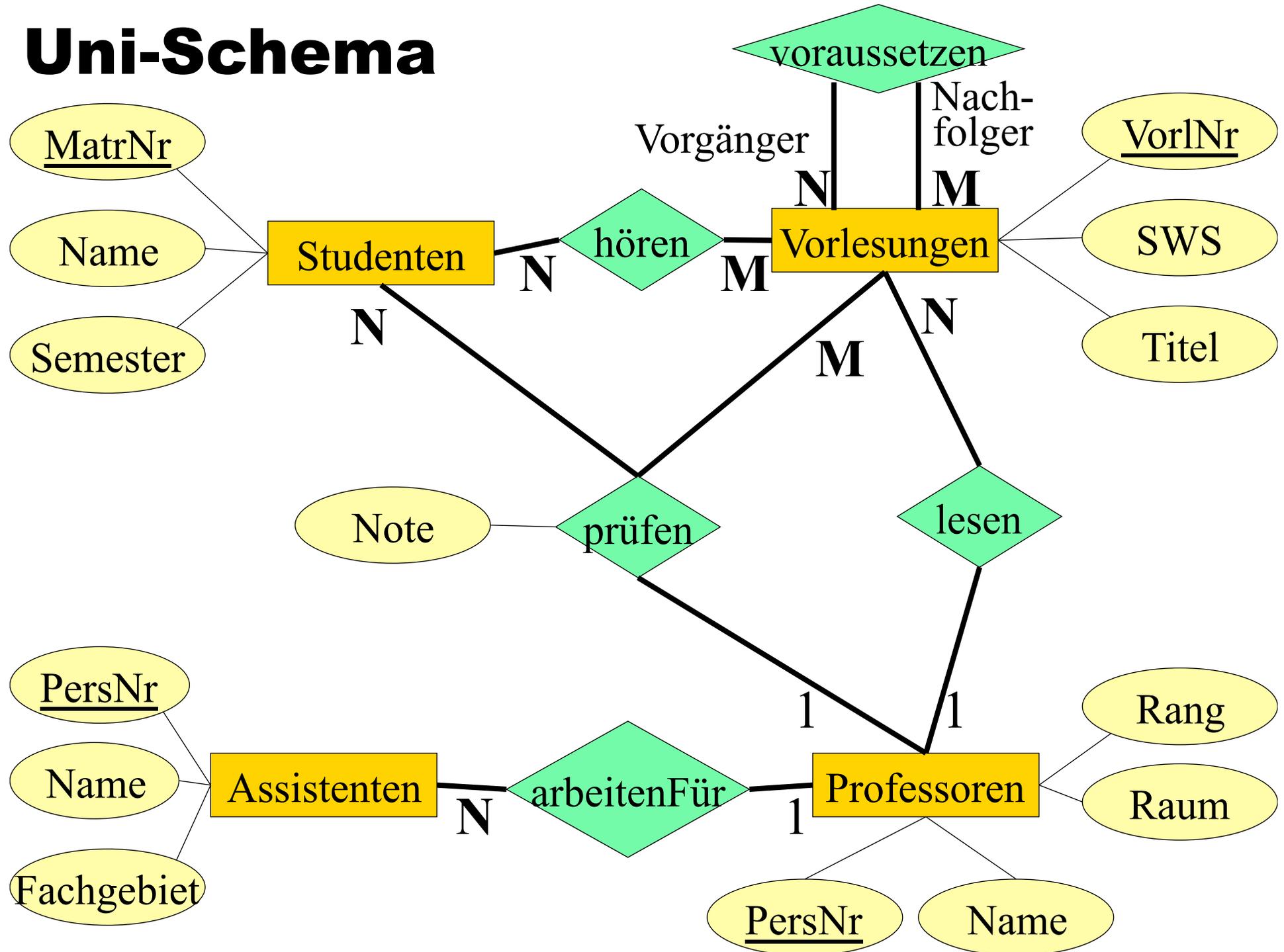
*Bsp.:*

*Telefonbuch*:  $\{[\text{Name: string}, \text{Adresse: string}, \underline{\text{Telefon#:integer}}]\}$

Telefonbuch		
Name	Straße	<u>Telefon#</u>
Mickey Mouse	Main Street	4711
Minnie Mouse	Broadway	94725
Donald Duck	Broadway	95672
...	...	...

- **Ausprägung:** der aktuelle Zustand der Datenbasis
- **Schlüssel:** minimale Menge von Attributen, deren Werte ein Tupel eindeutig identifizieren
- **Primärschlüssel:** wird unterstrichen
  - Einer der Schlüsselkandidaten wird als Primärschlüssel ausgewählt
  - Hat eine besondere Bedeutung bei der Referenzierung von Tupeln

# Uni-Schema



# Relationale Darstellung von Entitytypen

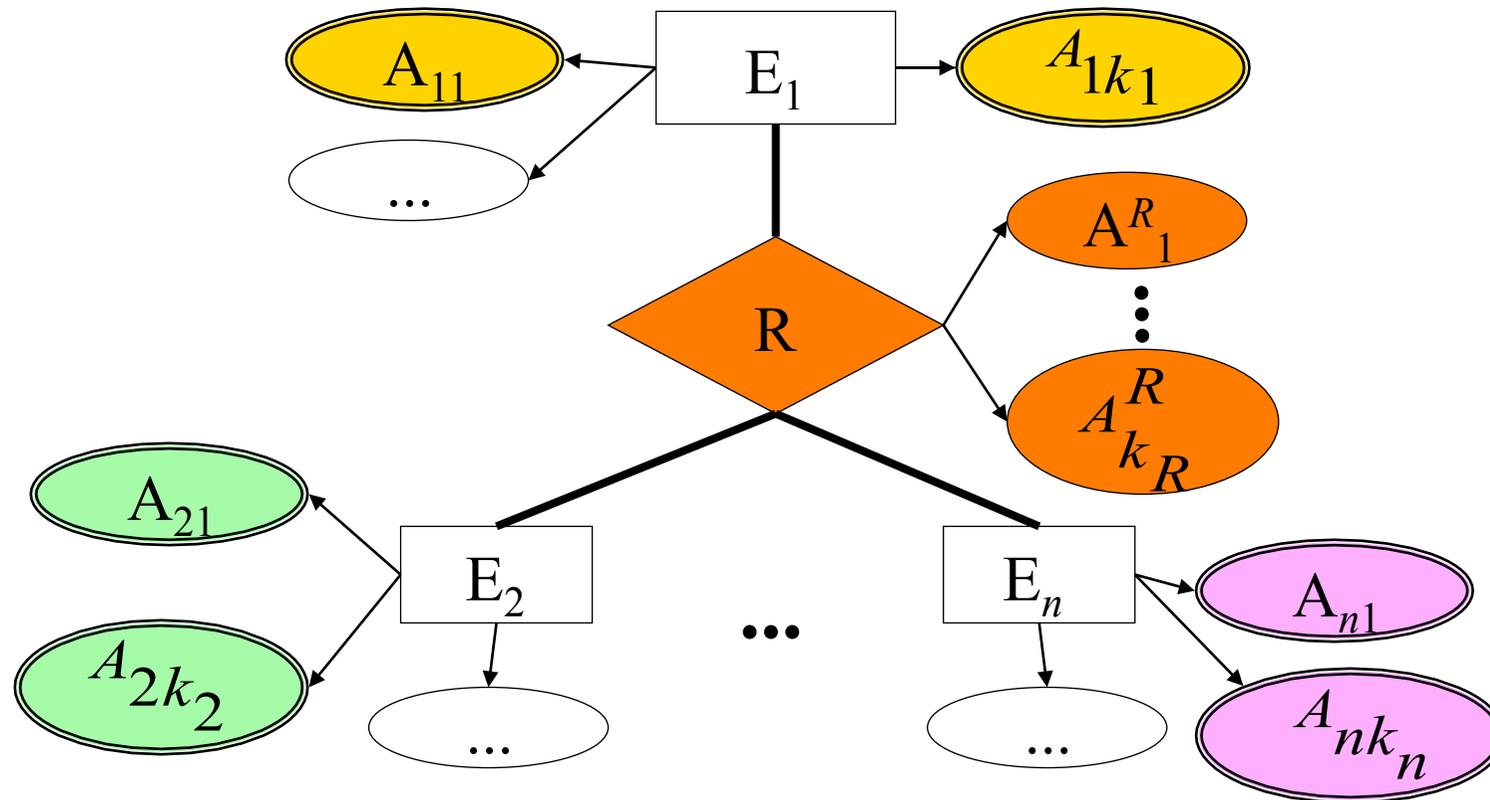
**Studenten:** {[MatrNr:integer, *Name: string*, *Semester: integer*]}

**Vorlesungen:** {[VorlNr:integer, *Titel: string*, *SWS: integer*]}

**Professoren:** {[PersNr:integer, *Name: string*, *Rang: string*,  
*Raum: integer*]}

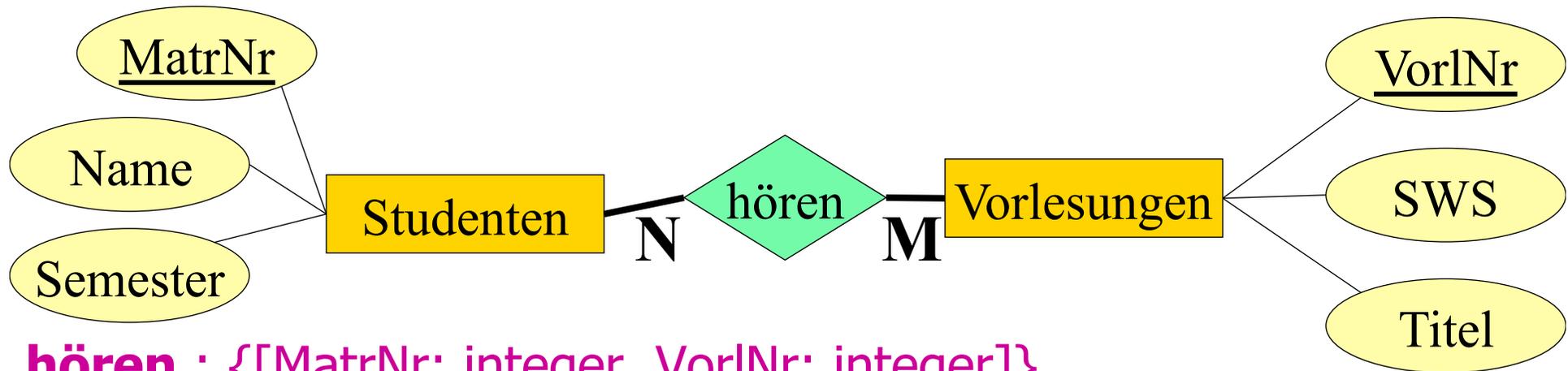
**Assistenten:** {[PersNr:integer, *Name: string*, *Fachgebiet: string*]}

# Relationale Darstellung von Beziehungen



$$R: \left\{ \left[ \underbrace{A_{11}, \dots, A_{1k_1}}_{\text{Schlüssel von } E_1}, \underbrace{A_{21}, \dots, A_{2k_2}}_{\text{Schlüssel von } E_2}, \dots, \underbrace{A_{n1}, \dots, A_{nk_n}}_{\text{Schlüssel von } E_n}, \underbrace{A_1^R, \dots, A_{k_R}^R}_{\text{Attribute von } R} \right] \right\}$$

# Beziehungen unseres Beispiel-Schemas



**hören** : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer]}

**lesen** : {[PersNr: integer, VorlNr: integer]}

**arbeitenFür** : {[AssistentenPersNr: integer, ProfPersNr: integer]}

**voraussetzen** : {[Vorgänger: integer, Nachfolger: integer]}

**prüfen** : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer, PersNr: integer,  
Note: decimal]}

# Beziehungen unseres Beispiel-Schemas

**hören** : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer]}

**lesen** : {[PersNr: integer, VorlNr: integer]}

**arbeitenFür** : {[AssistentenPersNr: integer, ProfPersNr: integer]}

**voraussetzen** : {[Vorgänger: integer, Nachfolger: integer]}

**prüfen** : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer, PersNr: integer,  
Note: decimal]}

# Schlüssel der Relationen

**hören** : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer]}

**lesen** : {[PersNr: integer, VorlNr: integer]}

**arbeitenFür** : {[AssistentenPersNr: integer, ProfPersNr: integer]}

**voraussetzen** : {[Vorgänger: integer, Nachfolger: integer]}

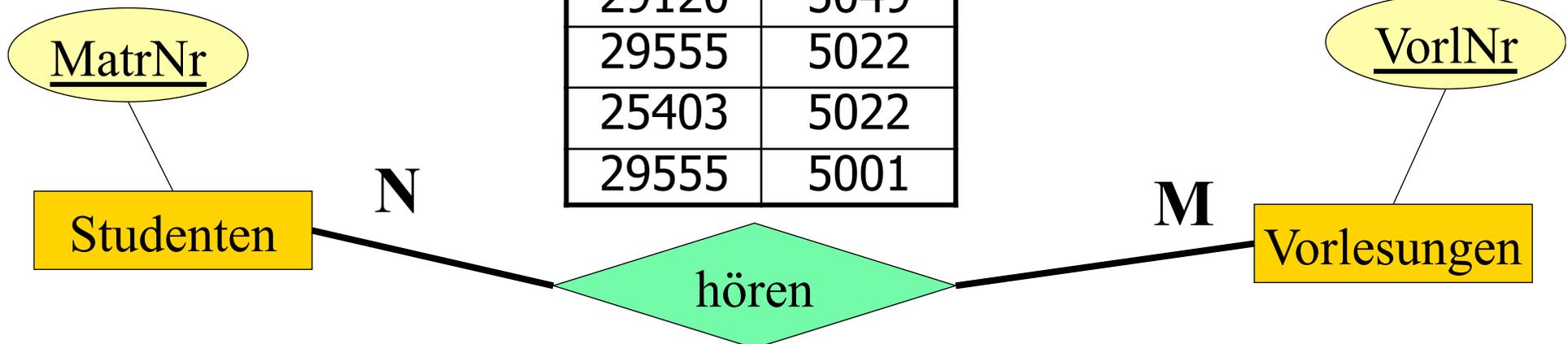
**prüfen** : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer, PersNr: integer,  
Note: decimal]}

# Ausprägung der Beziehung *hören*

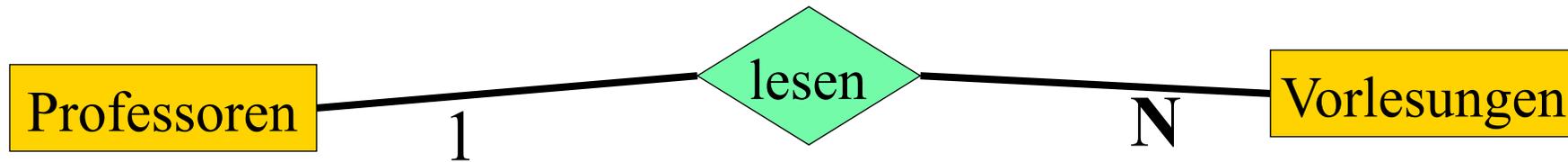
Studenten	
<i>MatrNr</i>	...
26120	...
27550	...
...	...

hören	
MatrNr	VorlNr
26120	5001
27550	5001
27550	4052
28106	5041
28106	5052
28106	5216
28106	5259
29120	5001
29120	5041
29120	5049
29555	5022
25403	5022
29555	5001

Vorlesungen	
<i>VorlNr</i>	...
5001	...
4052	...
...	...



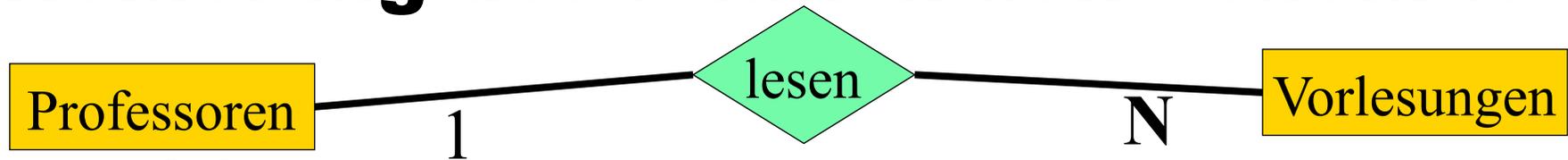
# Verfeinerung des relationalen Schemas



## 1:N-Beziehung

- Initial-Entwurf
  - **Vorlesungen** : {[VorlNr, Titel, SWS]}
  - **Professoren** : {[PersNr, Name, Rang, Raum]}
  - **lesen**: {[VorlNr, PersNr]}

# Verfeinerung des relationalen Schemas



## 1:N-Beziehung

- Initial-Entwurf

**Vorlesungen** : {[VorlNr, Titel, SWS]}

**Professoren** : {[PersNr, Name, Rang, Raum]}

**lesen**: {[VorlNr, PersNr]}

- Verfeinerung durch Zusammenfassung

**Vorlesungen** : {[VorlNr, Titel, SWS, **gelesenVon**]}

**Professoren** : {[PersNr, Name, Rang, Raum]}

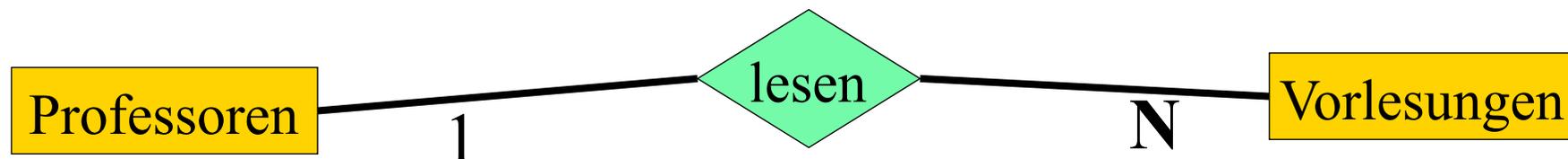
## Regel

Relationen mit gleichem Schlüssel kann man zusammenfassen  
**aber nur diese und keine anderen!**

# Ausprägung von *Professoren* und *Vorlesung*

Professoren			
PersNr	Name	Rang	Raum
2125	Sokrates	C4	226
2126	Russel	C4	232
2127	Kopernikus	C3	310
2133	Popper	C3	52
2134	Augustinus	C3	309
2136	Curie	C4	36
2137	Kant	C4	7

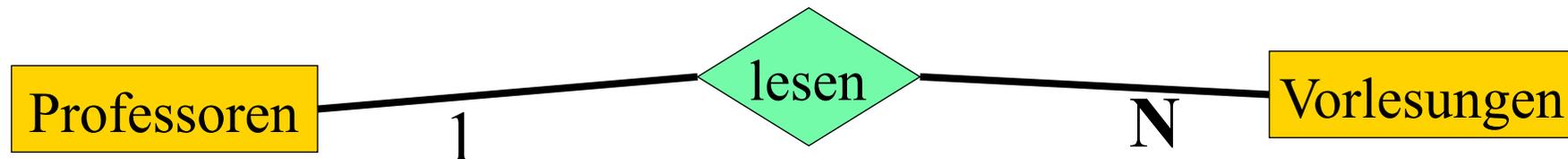
Vorlesungen			
VorlNr	Titel	SWS	Gelesen Von
5001	Grundzüge	4	2137
5041	Ethik	4	2125
5043	Erkenntnistheorie	3	2126
5049	Mäeutik	2	2125
4052	Logik	4	2125
5052	Wissenschaftstheorie	3	2126
5216	Bioethik	2	2126
5259	Der Wiener Kreis	2	2133
5022	Glaube und Wissen	2	2134
4630	Die 3 Kritiken	4	2137



# Vorsicht: So geht es NICHT

Professoren				
PersNr	Name	Rang	Raum	liest
2125	Sokrates	C4	226	5041
2125	Sokrates	C4	226	5049
2125	Sokrates	C4	226	4052
...	...	...	...	...
2134	Augustinus	C3	309	5022
2136	Curie	C4	36	??

Vorlesungen		
VorlNr	Titel	SWS
5001	Grundzüge	4
5041	Ethik	4
5043	Erkenntnistheorie	3
5049	Mäeutik	2
4052	Logik	4
5052	Wissenschaftstheorie	3
5216	Bioethik	2
5259	Der Wiener Kreis	2
5022	Glaube und Wissen	2
4630	Die 3 Kritiken	4



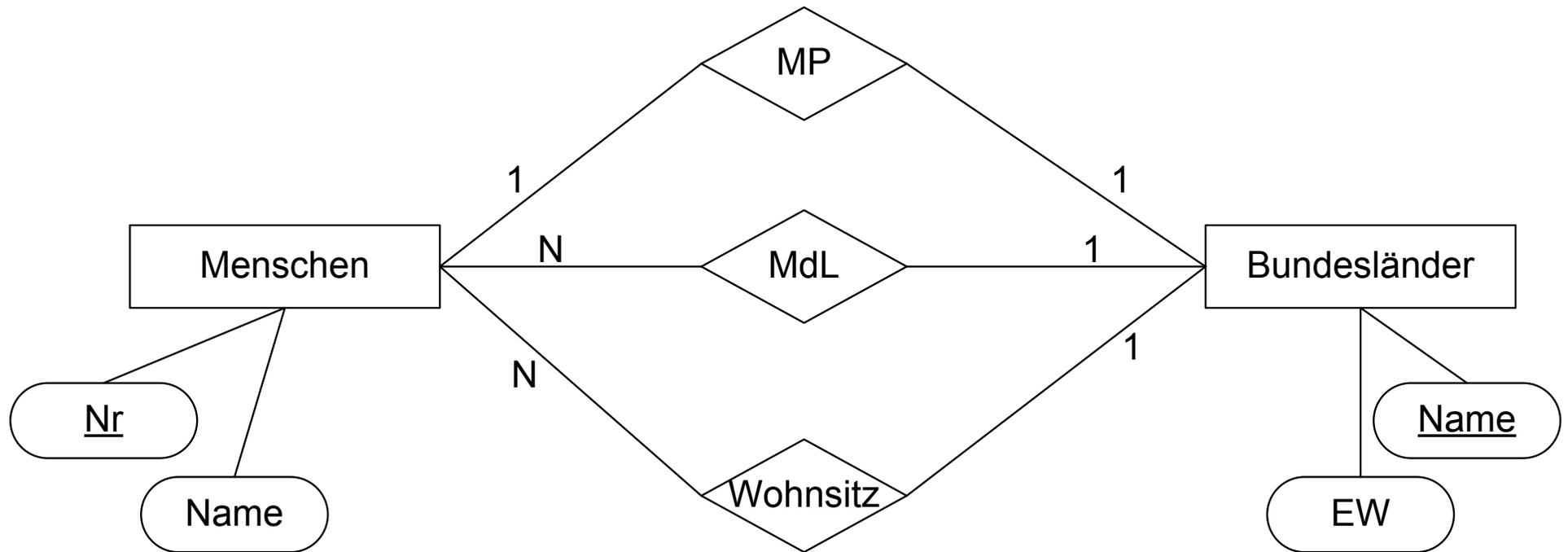
# Vorsicht: So geht es NICHT: Folgen → Anomalien

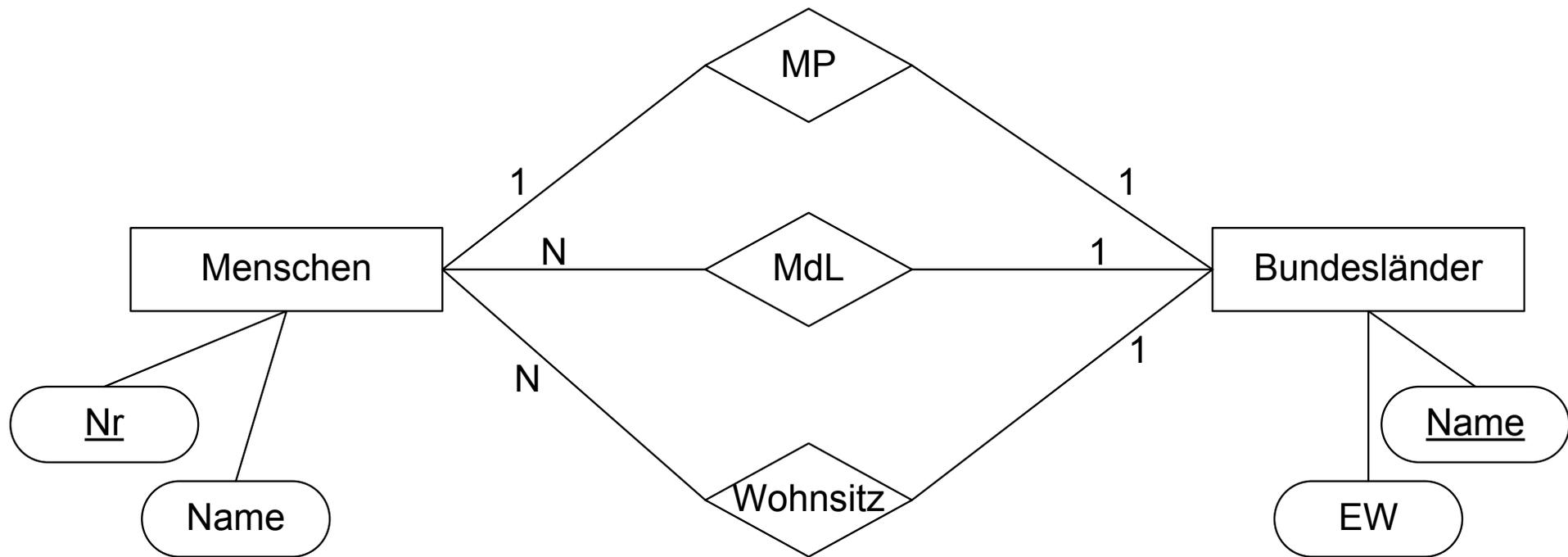
Professoren				
PersNr	Name	Rang	Raum	liest
2125	Sokrates	C4	226	5041
2125	Sokrates	C4	226	5049
2125	Sokrates	C4	226	4052
...	...	...	...	...
2134	Augustinus	C3	309	5022
2136	Curie	C4	36	??

Vorlesungen		
VorlNr	Titel	SWS
5001	Grundzüge	4
5041	Ethik	4
5043	Erkenntnistheorie	3
5049	Mäeutik	2
4052	Logik	4
5052	Wissenschaftstheorie	3
5216	Bioethik	2
5259	Der Wiener Kreis	2
5022	Glaube und Wissen	2
4630	Die 3 Kritiken	4

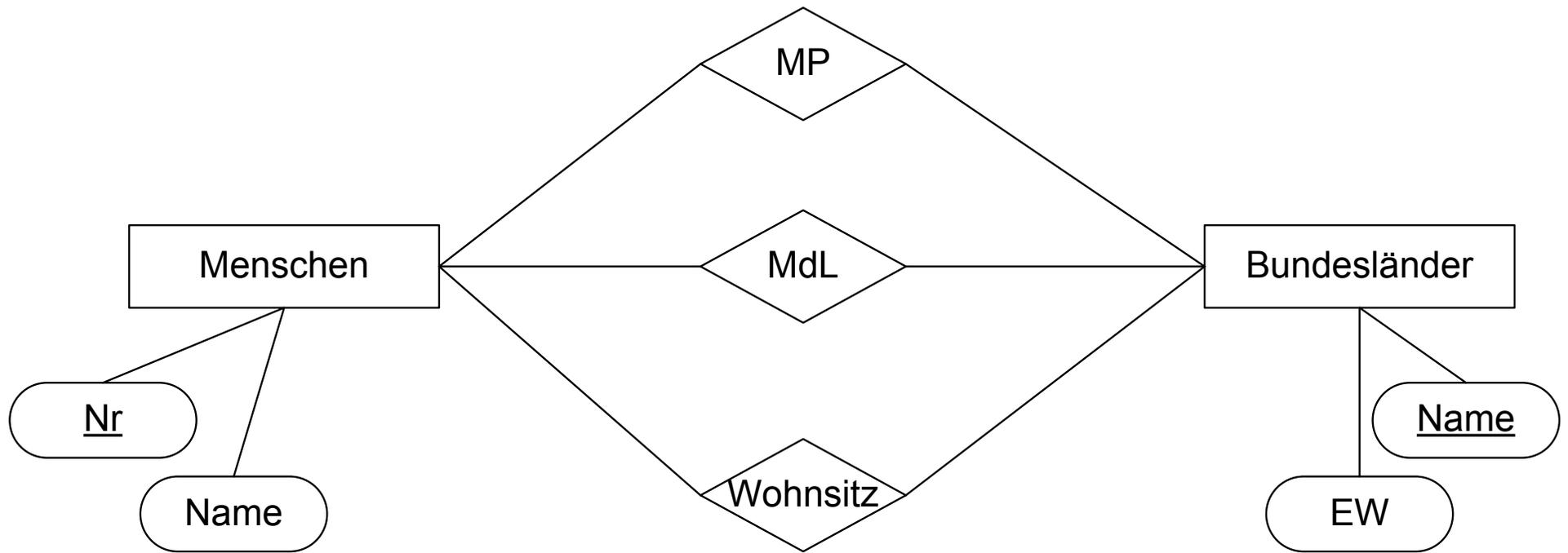
- Update-Anomalie: Was passiert wenn Sokrates umzieht
- Lösch-Anomalie: Was passiert wenn „Glaube und Wissen“ wegfällt
- Einfügeanomalie: Curie ist neu und liest noch keine Vorlesungen

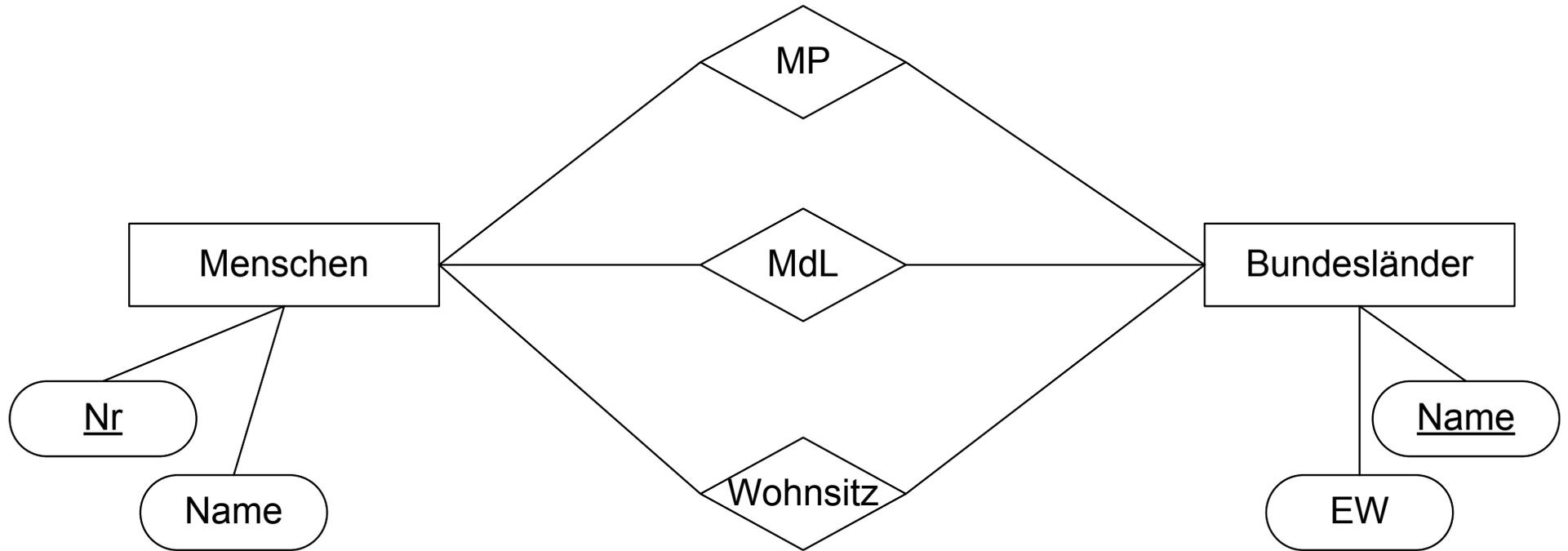
# Vermeidung von Null-Werten





Menschen				
Nr	Name	Wohnsitz	MP von	MdL von
4711	Kemper	Bayern	–	–
4813	Stein <del>hofer</del>	Bayern	Bayern	Bayern
5833	Maget	Bayern	–	Bayern
6745	Platzeck	Brandenburg	Brandenburg	Brandenburg
8978	Schröder	Niedersachsen	–	–
...	...	...	...	...





Menschen				
Nr	Name	Wohnsitz	MP von	MdL von
4711	Kemper	Bayern	–	–
4813	<del>Seider</del> <i>Seider</i>	Bayern	Bayern	Bayern
5833	Maget	Bayern	–	Bayern
6745	Platzeck	Brandenburg	Brandenburg	Brandenburg
8978	Schröder	Niedersachsen	–	–
...	...	...	...	...

- Der *Wohnsitz* kann als Fremdschlüssel in der Entity-Relation *Menschen* bleiben.
- Die Beziehung *MP* modelliert man am besten als Fremdschlüssel in *Bundesländer*, da alle Bundesländer *einen* MP haben.
- Die Beziehung *MdL* repräsentiert man als eigenständige Relation mit den Fremdschlüsseln *Nr* auf Menschen und *Bundesland* auf *Bundesländer*.

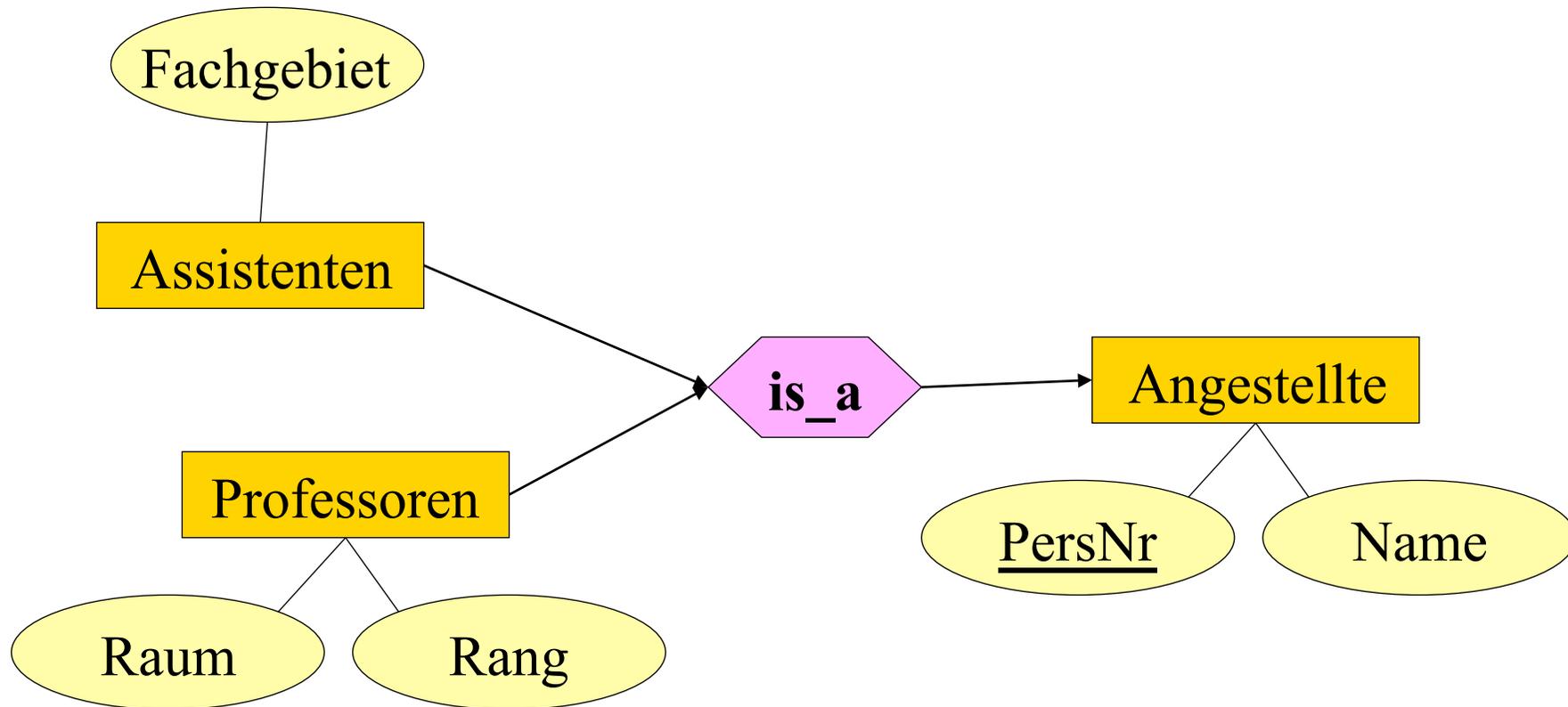
Nachfolgend sind die revidierten Relationenschemata mit den resultierenden Beispiel-Tupeln gezeigt:

Menschen		
Nr	Name	Wohnsitz
4711	Kemper	Bayern
4813	Schöfer	Bayern
5833	Maget	Bayern
6745	Platzeck	Brandenburg
8978	Schröder	Niedersachsen
...	...	...

MdL	
Nr	Bundesland
4813	Bayern
5833	Bayern
6745	Brandenburg
...	...

Bundesländer		
Name	EW	MP
Bayern	12443893	4813
Brandenburg	2562946	6745
...	...	...

# Relationale Modellierung der Generalisierung

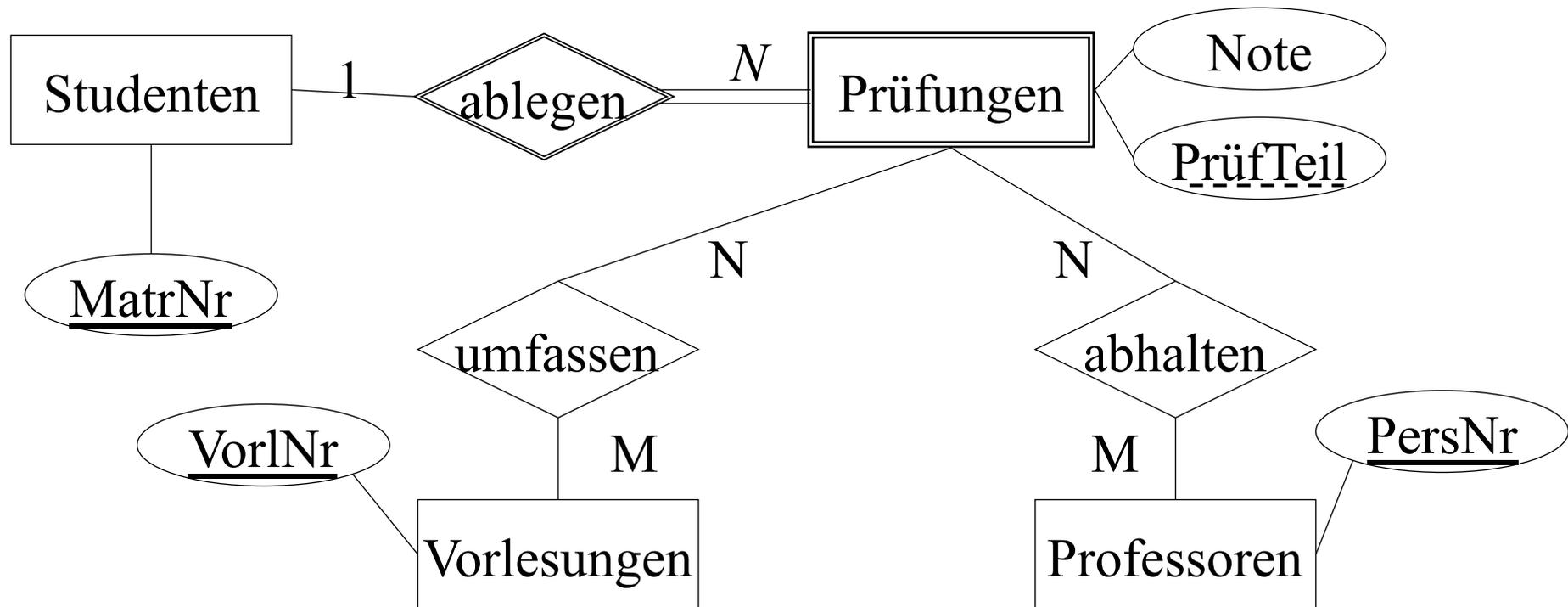


Angestellte: {[PersNr, Name]}

Professoren: {[PersNr, Rang, Raum]}

Assistenten: {[PersNr, Fachgebiet]}

# Relationale Modellierung schwacher Entitytypen



Prüfungen: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string, Note: integer]}

umfassen: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string, VorlNr: integer]}

abhalten: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string, PersNr: integer]}

# Fremdschlüssel auf ein schwaches Entity

Man beachte, dass in diesem Fall der (global eindeutige) Schlüssel der Relation *Prüfung* nämlich *MatrNr* **und** *PrüfTeil* als Fremdschlüssel in die Relationen *umfassen* und *abhalten* übernommen werden muß.

# Die relationale Uni-DB

Professoren			
PersNr	Name	Rang	Raum
2125	Sokrates	C4	226
2126	Russel	C4	232
2127	Kopernikus	C3	310
2133	Popper	C3	52
2134	Augustinus	C3	309
2136	Curie	C4	36
2137	Kant	C4	7

Studenten		
MatrNr	Name	Semester
24002	Xenokrates	18
25403	Jonas	12
26120	Fichte	10
26830	Aristoxenos	8
27550	Schopenhauer	6
28106	Carnap	3
29120	Theophrastos	2
29555	Feuerbach	2

Vorlesungen			
VorlNr	Titel	SWS	gelesen von
5001	Grundzüge	4	2137
5041	Ethik	4	2125
5043	Erkenntnistheorie	3	2126
5049	Mäeutik	2	2125
4052	Logik	4	2125
5052	Wissenschaftstheorie	3	2126
5216	Bioethik	2	2126
5259	Der Wiener Kreis	2	2133
5022	Glaube und Wissen	2	2134
4630	Die 3 Kritiken	4	2137

voraussetzen	
Vorgänger	Nachfolger
5001	5041
5001	5043
5001	5049
5041	5216
5043	5052
5041	5052
5052	5259

hören	
MatrNr	VorlNr
26120	5001
27550	5001
27550	4052
28106	5041
28106	5052
28106	5216
28106	5259
29120	5001
29120	5041
29120	5049
29555	5022
25403	5022

Assistenten			
PerslNr	Name	Fachgebiet	Boss
3002	Platon	Ideenlehre	2125
3003	Aristoteles	Syllogistik	2125
3004	Wittgenstein	Sprachtheorie	2126
3005	Rhetikus	Planetenbewegung	2127
3006	Newton	Keplersche Gesetze	2127
3007	Spinoza	Gott und Natur	2126

prüfen			
MatrNr	VorlNr	PersNr	Note
28106	5001	2126	1
25403	5041	2125	2
27550	4630	2137	2

Professoren			
PersNr	Name	Rang	Raum
2125	Sokrates	C4	226
2126	Russel	C4	232
2127	Kopernikus	C3	310
2133	Popper	C3	52
2134	Augustinus	C3	309
2136	Curie	C4	36
2137	Kant	C4	7

Studenten		
MatrNr	Name	Semester
24002	Xenokrates	18
25403	Jonas	12
26120	Fichte	10
26830	Aristoxenos	8
27550	Schopenhauer	6
28106	Carnap	3
29120	Theophrastos	2
29555	Feuerbach	2

Vorlesungen			
VorlNr	Titel	SWS	gelesenVon
5001	Grundzüge	4	2137
5041	Ethik	4	2125
5043	Erkenntnistheorie	3	2126
5049	Mäeutik	2	2125
4052	Logik	4	2125
5052	Wissenschaftstheorie	3	2126
5216	Bioethik	2	2126
5259	Der Wiener Kreis	2	2133
5022	Glaube und Wissen	2	2134
4630	Die 3 Kritiken	4	2137

voraussetzen	
Vorgänger	Nachfolger
5001	5041
5001	5043
5001	5049
5041	5216
5043	5052
5041	5052
5052	5259

hören	
MatrNr	VorlNr
26120	5001
27550	5001
27550	4052
28106	5041
28106	5052
28106	5216
28106	5259
29120	5001
29120	5041
29120	5049
29555	5022
25403	5022

Assistenten			
PerslNr	Name	Fachgebiet	Boss
3002	Platon	Ideenlehre	2125
3003	Aristoteles	Syllogistik	2125
3004	Wittgenstein	Sprachtheorie	2126
3005	Rhetikus	Planetenbewegung	2127
3006	Newton	Keplersche Gesetze	2127
3007	Spinoza	Gott und Natur	2126

prüfen			
MatrNr	VorlNr	PersNr	Note
28106	5001	2126	1
25403	5041	2125	2
27550	4630	2137	2

# Die relationale Algebra

- $\sigma$  Selektion
- $\pi$  Projektion
- $\times$  Kreuzprodukt
- $\bowtie$  Join (Verbund)
- $\rho$  Umbenennung
- $-$  Mengendifferenz
- $\div$  Division
- $\cup$  Vereinigung
- $\cap$  Mengendurchschnitt
- $\ltimes$  Semi-Join (linkes Argument wird gefiltert)
- $\rtimes$  Semi-Join (rechtes Argument wird gefiltert)
- $\ltimes$  linker äußerer Join
- $\rtimes$  rechter äußerer Join
- $\Join$  (voller) äußerer Join

# Die relationalen Algebra-Operatoren

Selektion

$\sigma_{\text{Semester} > 10}$  (Studenten)

$\sigma_{\text{Semester} > 10}$ (Studenten)		
MatrNr	Name	Semester
24002	Xenokrates	18
25403	Jonas	12

Projektion

$\Pi_{\text{Rang}}$ (Professoren)

$\Pi_{\text{Rang}}$ (Professoren)
Rang
C4
C3

# Die relationalen Algebra-Operatoren

Kartesisches Produkt Professoren x hören

Professoren				hören	
PersNr	Name	Rang	Raum	MatrNr	VorlNr
2125	Sokrates	C4	226	26120	5001
...	...	...	...	...	...
2125	Sokrates	C4	226	29555	5001
...	...	...	...	...	...
2137	Kant	C4	7	29555	5001

- Problem: riesige Zwischenergebnisse
- Beispiel: (Professoren x hören)
- "bessere" Operation: Join (siehe unten)

# Die relationalen Algebra-Operatoren

## Umbenennung

- Umbenennung von Relationen
- Beispiel: Ermittlung indirekter Vorgänger 2. Stufe der Vorlesung 5216

$$\Pi_{V1.Vorgänger}(\sigma_{V2.Nachfolger=5216 \wedge V1.Nachfolger = V2.Vorgänger}(\rho_{V1}(\text{voraussetzen}) \times \rho_{V2}(\text{voraussetzen})))$$

- Umbenennung von Attributen

$$\rho_{\text{Voraussetzung}} \leftarrow \text{Vorgänger}(\text{voraussetzen})$$

# Formale Definition der Algebra

## Basisausdrücke

- Relation der Datenbank oder
- konstante Relationen

## Operationen

- Selektion:  $\sigma_p (E_1)$
- Projektion:  $\Pi_S (E_1)$
- Kartesisches Produkt:  $E_1 \times E_2$
- Umbenennung:  $\rho_V (E_1), \rho_{A \leftarrow B} (E_1)$
- Vereinigung:  $E_1 \cup E_2$
- Differenz:  $E_1 - E_2$



# Drei-Wege-Join

(Studenten ⋈ hören) ⋈ Vorlesungen

(Studenten ⋈ hören) ⋈ Vorlesungen						
MatrNr	Name	Semester	VorlNr	Titel	SWS	gelesenVon
26120	Fichte	10	5001	Grundzüge	4	2137
27550	Jonas	12	5022	Glaube und Wissen	2	2134
28106	Carnap	3	4052	Wissenschaftstheorie	3	2126
...	...	...	...	...	...	...

# Allgemeiner Join (Theta-Join)

- Gegeben seien folgende Relationen(-Schemata)
  - $R(A_1, \dots, A_n)$  und
  - $S(B_1, \dots, B_m)$

$$R \bowtie_{\theta} S = \sigma_{\theta}(R \times S)$$

$$R \bowtie_{\theta} S$$

$R \bowtie_{\theta} S$							
R				S			
$A_1$	$A_2$	...	$A_n$	$B_1$	$B_2$	...	$B_m$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

# Andere Join-Arten

- natürlicher Join

L		
A	B	C
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>

 ⋈ 

R		
C	D	E
c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>

 = 

Resultat				
A	B	C	D	E
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>

- linker äußerer Join

L		
A	B	C
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>

 ⋈ 

R		
C	D	E
c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>

 = 

Resultat				
A	B	C	D	E
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	-	-

- rechter äußerer Join

<b>L</b>		
A	B	C
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>

⋈

<b>R</b>		
C	D	E
c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>

=

<b>Resultat</b>				
A	B	C	D	E
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
-	-	c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>

# Andere Join-Arten

- äußerer Join

L		
A	B	C
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>

 ⋈ 

R		
C	D	E
c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>

 = 

Resultat				
A	B	C	D	E
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	-	-
-	-	c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>

- Semi-Join von L mit R

L		
A	B	C
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>

 ⋉ 

R		
C	D	E
c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>

 = 

Resultat		
A	B	C
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>

# Andere Join-Arten (Forts.)

- Semi-Join von R mit L

L		
A	B	C
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>

⋈

R		
C	D	E
c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>

=

Resultat		
C	D	E
c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>

# Andere Join-Arten (Forts.)

- Anti-Semi-Join von L mit R

L		
A	B	C
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>



R		
C	D	E
c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>

=

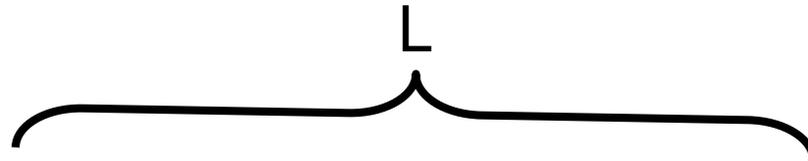
Resultat		
A	B	C
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>



# Die relationale Division

Bsp.: Finde MatrNr der Studenten, die **alle** vierstündigen Vorlesungen hören

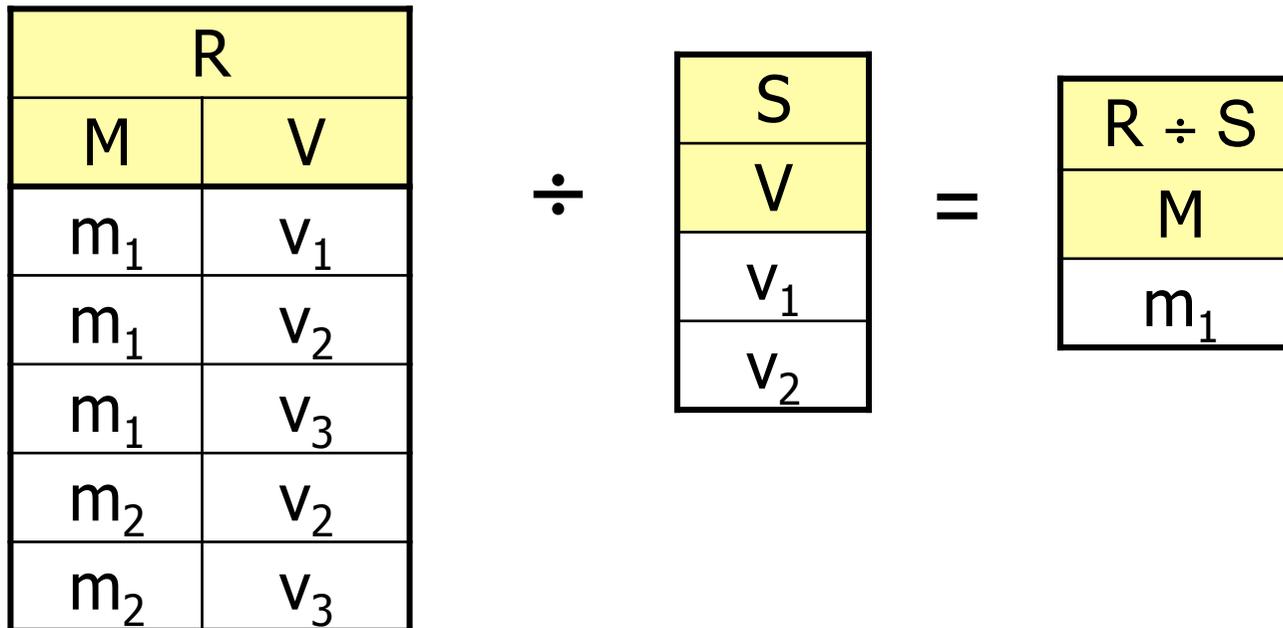
$$L := \Pi_{\text{VorlNr}}(\sigma_{\text{SWS}=4}(\text{Vorlesungen}))$$



$$\text{hören} \div \Pi_{\text{VorlNr}}(\sigma_{\text{SWS}=4}(\text{Vorlesungen}))$$

# Definition der Division

- $t \in R \div S$ , falls für jedes  $ts \in S$  ein  $tr \in R$  existiert, so dass gilt:
  - $tr.S = ts.S$
  - $tr.(R-S) = t$



- Die Division  $R \div S$  kann auch durch Differenz, Kreuzprodukt und Projektion ausgedrückt werden.

$$R \div S = \Pi_{(R-S)}(R) - \Pi_{(R-S)}((\Pi_{(R-S)}(R) \times S) - R)$$

# Mengendurchschnitt

Als Beispielanwendung für den Mengendurchschnitt (Operatorsymbol  $\cap$ ) betrachten wir folgende Anfrage:  
Finde die *PersNr* aller C4-Professoren, die mindestens eine Vorlesung halten.

$$\Pi_{\text{PersNr}}(\rho_{\text{PersNr} \leftarrow \text{gelesenVon}}(\text{Vorlesungen})) \cap \Pi_{\text{PersNr}}(\sigma_{\text{Rang}=\text{C4}}(\text{Professoren}))$$

- Mengendurchschnitt nur auf zwei Argumentrelationen mit gleichem Schema anwendbar
- Deshalb ist die Umbenennung des Attribute *gelesenVon* in *PersNr* in der Relation *Vorlesungen* notwendig
- Der Mengendurchschnitt zweier Relationen  $R \cap S$  kann durch die Mengendifferenz wie folgt ausgedrückt werden:

$$R \cap S = R - (R - S)$$

# Gruppierung und Aggregation

(geht über die klassische Algebra hinaus –  
mehr als syntaktischer Zucker)

$\gamma_{\text{Semester}; \text{count}(*)}(\text{Studenten})$

$\gamma_{\text{Semester}; \text{count}(*)}(\text{Studenten})$	
Semester	count(*)
18	1
12	1
10	1
8	1
6	1
3	1
2	2

# Aggregation & Gruppierung

$\gamma_{\text{gelesenVon;count(*),sum(SWS)}}(\text{Vorlesungen})$

$\gamma_{\text{gelesenVon;count(*),sum(SWS)}}(\text{Vorlesungen})$		
gelesenVon	count(*)	sum(SWS)
2125	3	10
2126	3	8
2133	1	2
2134	1	2
2137	2	8

# Der Relationenkalkül

Eine Anfrage im Relationenkalkül hat die Form

$$\{t \mid P(t)\}$$

mit  $P(t)$  Formel.

## Beispiele:

- C4-Professoren

- $\{p \mid p \in \text{Professoren} \wedge p.\text{Rang} = \text{'C4'}\}$

- Studenten mit mindestens einer Vorlesung von Curie

$$\{s \mid s \in \text{Studenten} \\ \wedge \exists h \in \text{hören}(s.\text{MatrNr}=h.\text{MatrNr} \\ \wedge \exists v \in \text{Vorlesungen}(h.\text{VorlNr}=v.\text{VorlNr} \\ \wedge \exists p \in \text{Professoren}(p.\text{PersNr}=v.\text{gelesenVon} \\ \wedge p.\text{Name} = \text{'Curie'}))\}$$

# **Dieselbe Anfrage in SQL ...**

## **... belegt die Verwandtschaft**

```
select s.*
from Studenten s
where exists (
  select h.*
  from hören h
  where h.MatrNr = s.MatrNr and exists (
    select *
    from Vorlesungen v
    where v.VorlNr = h.VorlNr and exists (
      select *
      from Professoren p
      where p.Name = 'Curie' and
            p.PersNr = v.gelesenVon )))
```

# Allquantor

- Wer hat **alle** vierstündigen Vorlesungen gehört

$\{s \mid s \in \text{Studenten} \wedge \forall v \in \text{Vorlesungen} (v.\text{SWS}=4 \Rightarrow \exists h \in \text{hören}(h.\text{VorlNr}=v.\text{VorlNr} \wedge h.\text{MatrNr}=s.\text{MatrNr}))\}$

# Definition des Tupelkalküls

## Atome

- $s \mid R$ , mit  $s$  Tupelvariable und  $R$  Relationenname
- $s.A \phi t.B$ , mit  $s$  und  $t$  Tupelvariablen,  $A$  und  $B$  Attributnamen und  $\phi$  Vergleichsoperator ( $=, \neq, \leq, \dots$ )
- $s.A \phi c$  mit  $c$  Konstante

## Formeln

- Alle Atome sind Formeln
- Ist  $P$  Formel, so auch  $\neg P$  und  $(P)$
- Sind  $P_1$  und  $P_2$  Formeln, so auch  $P_1 \wedge P_2$ ,  $P_1 \vee P_2$  und  $P_1 \Rightarrow P_2$
- Ist  $P(t)$  Formel mit freier Variable  $t$ , so auch  
 $\forall t \in R(P(t))$  und  $\exists t \in R(P(t))$

# Sicherheit

- Einschränkung auf Anfragen mit endlichem Ergebnis.
- Die folgende Beispielanfrage

$$\{n \mid \neg (n \in \text{Professoren})\}$$

ist nicht sicher.

- Das Ergebnis ist unendlich.
- Bedingung: Ergebnis des Ausdrucks muss Teilmenge der Domäne der Formel sein.
- Die Domäne einer Formel enthält
  - alle in der Formel vorkommenden Konstanten
  - alle Attributwerte von Relationen, die in der Formel referenziert werden

# Der Domänenkalkül

Ein Ausdruck des Domänenkalküls hat die Form

$$\{[v_1, v_2, \dots, v_n] \mid P(v_1, \dots, v_n)\}$$

mit  $v_1, \dots, v_n$  Domänenvariablen und  $P$  Formel.

Beispiel: MatrNr und Namen der Prüflinge von Curie

$$\{[m, n] \mid \exists s ([m, n, s] \in \text{Studenten} \wedge \exists v, p, g ([m, v, p, g] \in \text{prüfen} \wedge \exists a, r, b ([p, a, r, b] \in \text{Professoren} \wedge a = \text{'Curie'}))\})\}$$

# **Prolog ~ Domänenkalkül**

# Sicherheit des Domänenkalküls

- Sicherheit ist analog zum Tupelkalkül
- zum Beispiel ist
$$\{[p,n,r,o] \mid \neg ([p,n,r,o] \in \text{Professoren})\}$$
nicht sicher.
- Ein Ausdruck
$$\{[x_1, x_2, \dots, x_n] \mid P(x_1, x_2, \dots, x_n)\}$$
ist sicher, falls folgende drei Bedingungen gelten:

1. Falls Tupel  $[c_1, c_2, \dots, c_n]$  mit Konstante  $c_i$  im Ergebnis enthalten ist, so muss jedes  $c_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) in der Domäne von  $P$  enthalten sein.
2. Für jede existenz-quantifizierte Teilformel  $\exists x(P_1(x))$  muss gelten, dass  $P_1$  nur für Elemente aus der Domäne von  $P_1$  erfüllbar sein kann - oder evtl. für gar keine. Mit anderen Worten, wenn für eine Konstante  $c$  das Prädikat  $P_1(c)$  erfüllt ist, so muss  $c$  in der Domäne von  $P_1$  enthalten sein.
3. Für jede universal-quantifizierte Teilformel  $\forall x(P_1(x))$  muss gelten, dass sie dann und nur dann erfüllt ist, wenn  $P_1(x)$  für alle Werte der Domäne von  $P_1$  erfüllt ist- Mit anderen Worten,  $P_1(d)$  muss für alle  $d$ , die nicht in der Domäne von  $P_1$  enthalten sind, auf jeden Fall erfüllt sein.

# Ausdrucks kraft

Die drei Sprachen

1. relationale Algebra,
2. relationaler Tupelkalkül, eingeschränkt auf sichere Ausdrücke und
3. relationaler Domänenkalkül, eingeschränkt auf sichere Ausdrücke

sind **gleich mächtig**

Professoren				
PersNr	Name	Rang	Raum	FakName
2125	Sokrates	C4	226	Philosophie
2126	Russel	C4	232	Philosophie
2127	Kopernikus	C3	310	Physik
2133	Popper	C3	52	Philosophie
2134	Augustinus	C3	309	Theologie
2136	Curie	C4	36	Physik
2137	Kant	C4	7	Philosophie

Studenten			
MatrNr	Name	Semester	FakName
24002	Xenokrates	18	Philosophie
25403	Jonas	12	Theologie
26120	Fichte	10	Philosophie
26830	Aristoxenos	8	Philosophie
27550	Schopenhauer	6	Philosophie
28106	Carnap	3	Physik
29120	Theophrastos	2	Physik
29555	Feuerbach	2	Theologie

2a)

$$\prod_{M \subseteq \{M_n\}} \left( \prod_{g \in \text{PersNr}} (V \times P \times S) - \left( \prod_{g \in \text{PersNr}} (V \times P \times S \times h) \right) \right)$$

$$\{s \mid s \in S \wedge \forall v \in V (\exists p \in P (p.\text{PersNr} = v.\text{FakName} \wedge p.\text{FakName} = s.\text{FakName}) \dots$$

$$\Rightarrow \exists h \in \text{höre} (s.\text{MatrNr} = h.\text{MatrNr} \wedge s.\text{VorNr} = h.\text{VorNr}) \dots \}$$

hören	
MatrNr	VorNr
26120	5001
27550	5001
27550	4052
28106	5041

Vorlesungen			PersNr
VorNr	Titel	SWS	gelesen von
5001	Grundzüge	4	2137
5041	Ethik	4	2125
5043	Erkenntnistheorie	3	2126
5049	Mäeutik	2	2125

Professoren				
PersNr	Name	Rang	Raum	FakName
2125	Sokrates	C4	226	Philosophie
2126	Russel	C4	232	Philosophie
2127	Kopernikus	C3	310	Physik
2133	Popper	C3	52	Philosophie
2134	Augustinus	C3	309	Theologie
2136	Curie	C4	36	Physik
2137	Kant	C4	7	Philosophie

Studenten				
MatrNr	Name	Semester	Geschlecht	FakName
24002	Xenokrates	18	M	Philosophie
25403	Jonas	12	W	Theologie
26120	Fichte	10	W	Philosophie
26830	Aristoxenos	8	M	Philosophie
27550	Schopenhauer	6	M	Philosophie
28106	Carnap	3	W	Physik
29120	Theophrastos	2	M	Physik
29555	Feuerbach	2	W	Theologie